

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

**УТВЕРЖДАЮ**

Заведующий кафедрой  
функционального анализа  
и операторных уравнений



Каменский М.И.  
20.03.2025 г.

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Б1.О.11 Дискретная математика

- 1. Код и наименование направления подготовки:** 01.05.01 Фундаментальные математика и механика
- 2. Специализация:** Современные методы теории функций в математике и механике; Теория функций и приложения
- 3. Квалификация выпускника:** Математик. Механик. Преподаватель
- 4. Форма обучения:** очная
- 5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** функционального анализа и операторных уравнений
- 6. Составители программы:** Бондарев Андрей Сергеевич, к.ф.-м.н., доцент; Сидельникова Софья Юрьевна, преподаватель; математический факультет, кафедра функционального анализа и операторных уравнений
- 7. Рекомендована:** НМС математического факультета, протокол № 0500-03 от 18.03.2025 г.
- 8. Учебный год** 2026-2027 **Семестр:** 4

## 9. Цели и задачи учебной дисциплины:

Цели изучения дисциплины:

- ознакомление студентов с основными понятиями и методами дискретной математики.

Задачи учебной дисциплины:

- изучение теории множеств;
- изучение алгебры булевых функций, полноты систем функций;
- изучение теории графов.

**10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:** дисциплина относится к обязательной части блока 1. Дисциплины (модули).

Основные дисциплины и их разделы, необходимые для усвоения курса «Дискретная математика»:

– курс элементарной математики в рамках школьной программы.

Дисциплина «Дискретная математика» является необходимой для усвоения учебных курсов математического анализа, функционального анализа, теории вероятностей, а также для усвоения специальных курсов.

**11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:**

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК-1	Способен находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной математики и механики	ОПК-1.1	Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук	Знать: - базовые понятия, полученные в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий. Уметь: - собирать, обрабатывать, анализировать и обобщать результаты исследований в области теории функций. Владеть навыками: - практического проведения научно-исследовательской деятельности в математике, механике и информатике.
		ОПК-1.2	Умеет использовать базовые знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, в профессиональной деятельности	Знать: - базовые понятия, полученные в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий. Уметь: - собирать, обрабатывать, анализировать и обобщать результаты исследований в области теории функций. Владеть навыками: - практического проведения научно-исследовательской деятельности в математике, механике и информатике.
		ОПК-1.3	Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе	Знать: - базовые понятия, полученные в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий. Уметь:

			теоретических знаний.	- собирать, обрабатывать, анализировать и обобщать результаты исследований в области теории функций. Владеть навыками: - практического проведения научно-исследовательской деятельности в математике, механике и информатике.
--	--	--	-----------------------	---

## 12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час — 4/144.

Форма промежуточной аттестации — экзамен

## 13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы		Трудоемкость	
		Всего	По семестрам
			4-й семестр
Аудиторные занятия		50	50
в том числе:	лекции	34	34
	практические	16	16
	лабораторные		
Самостоятельная работа		58	58
в том числе: курсовая работа(проект)			
Форма промежуточной аттестации (экзамен – 36 час.)		36	36
Итого:		144	144

### 13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК*
<b>1. Лекции</b>			
1.1	Теория множеств	Бинарное отношение. Отношение эквивалентности. Функция. Инъекция. Сюръекция. Биекция. Эквивалентные множества. Мощность множества (кардинальное число). Счетные множества. Множество мощности континуум. Гиперконтинуум	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=31557">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=31557</a>
1.2	Введение в комбинаторику.	Правило суммы и правило произведения. Размещения, перестановки, сочетания, разбиения множества. Биномиальные коэффициенты. Числа Стирлинга первого и второго рода. Принцип включения и исключения. Производящие функции.	
1.3	Булевы функции	Булева функция. Принцип двойственности. Совершенная дизъюнктивная нормальная форма. Полная система булевых функций. Совершенная конъюнктивная нормальная форма. Полином Жегалкина. Степень и длина полинома Жегалкина. Замыкание системы булевых функций. Замкнутая система булевых функций. Пять важных классов булевых функций: класс функций, сохраняющих 0,	

		класс функций, сохраняющих 1, самодвойственные функции, монотонные функции, линейные функции. Теорема Поста.	
1.4	Элементы теории графов.	Простой граф. Матричные представления графов. Маршруты, цепи, циклы. Связные компоненты графа. Подграфы. Изоморфизм графов. Операции над графами. Расстояние в графе. Радиус, диаметр, эксцентриситет графа. Деревья и лес. Эйлеровы пути и циклы. Гамильтоновы пути и циклы.	
<b>2. Практические занятия</b>			
2.1	Теория множеств	Решение задач на свойства функций, доказательство эквивалентности множеств.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5665">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5665</a>
2.2	Введение в комбинаторику	Решение комбинаторных задач	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5665">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5665</a>
2.3	Булевы функции	Решение задач на нахождение совершенных дизъюнктивной и конъюнктивной нормальных форм, определение полноты системы булевых функций.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5665">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5665</a>
2.4	Элементы теории графов	Построение матричных изображений графов, определение изоморфности графов, построение изоморфизма графов, построение эйлеровых, гамильтоновых циклов.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5665">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5665</a>

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (количество часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1	Теория множеств	8	2		8	18
2	Введение в комбинаторику.	8	6		16	30
3	Булевы функции	6	4		16	26
4	Элементы теории графов.	12	4		18	34
	Итого:	34	16		58	108

### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Преподавание дисциплины заключается в проведении лекционных и практических занятий. На практических занятиях решаются примеры по теоретическому материалу, прочитанному на лекциях. При изучении курса «Дискретная математика» обучающимся следует внимательно слушать и конспектировать материал, излагаемый на аудиторных занятиях. Для его понимания и качественного усвоения обучающимся рекомендуется следующая последовательность действий.

1. После каждого практического занятия студентам рекомендуется подробно разобрать теоретический материал, разобрать примеры, решенные на занятии.

2. Перед практическим занятием обязательно повторить теоретический материал. Еще раз разобрать решенные на этом занятии примеры, после приступить к выполнению домашнего задания. Если при решении примеров, заданных на дом, возникают вопросы, обязательно задать на следующем практическом занятии или в присутствующий час преподавателю.

3. При подготовке к практическим занятиям повторить основные понятия по темам, изучить примеры. Решая задачи, предварительно понять, какой теоретический материал нужно использовать. Наметить план решения, попробовать на его основе решить практические задачи.

Методические указания для обучающихся при самостоятельной работе.

Самостоятельная работа обучающихся направлена на самостоятельное освоение всех тем и вопросов учебной дисциплины, предусмотренных программой. Самостоятельная работа является обязательным видом деятельности для каждого обучающегося, ее объем по учебному курсу определяется учебным планом. При самостоятельной работе обучающийся взаимодействует с рекомендованными материалами при минимальном участии преподавателя.

Виды самостоятельной работы: конспектирование учебной и научной литературы; проработка учебного материала (по конспектам лекций, учебной и научной литературе); работа в электронной библиотечной системе; работа с информационными справочными системами, выполнение домашних заданий (практических и теоретических); выполнение контрольных работ; подготовка к практическим занятиям; работа с вопросами для самопроверки.

## 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1.	<i>Яблонский, Сергей Всеволодович. Введение в дискретную математику : учебное пособие для студ. вузов, обуч. по специальности "Прикладная математика" / С.В. Яблонский. Изд. 5-е, стер. М. : Высш. шк., 2008. 384 с.</i>
2.	<i><a href="#">Виленкин, Наум Яковлевич</a>. Комбинаторика / Н.Я. Виленкин, А.Н. Виленкин, П.А. Виленкин. — М. : ФИМА : МЦНМО, 2006. — 399, [1] с. : ил. — Библиогр.: с.400.</i>
3.	<i><a href="#">Харари, Ф.</a> Теория графов / Ф. Харари ; пер. с англ. и предисл. В.П. Козырева; под ред. Г.П. Гаврилова. — Изд. 3-е, стер. — М. : URSS, 2006. — 300 с.</i>
4.	<i>Введение в теорию множеств: учебное пособие / А. С. Бондарев, А. А. Петрова, В. В. Смагин. - Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2024 - 32 с.</i>

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
4.	<i>Новиков, Федор Алексеевич. Дискретная математика для программистов: учебное пособие для студ. вузов, обуч. по направлению подгот. дипломир. специалистов "Информатика и вычислительная техника" / Ф.А. Новиков. 3-е изд. СПб. [и др.]: Питер, 2008. 383 с. : ил., табл. (Учебник для вузов) . ISBN 978-5-91180-759-7.</i>
5.	<i><a href="#">Лавров, Игорь Андреевич</a>. Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов: [учебное пособие] / И. А. Лавров, Л. Л. Максимова. — Изд. 5-е, испр. — М. : Физматлит, 2004. — 255 с. — Библиогр.: с.248-249. — Предм. указ.: с.250-255. — ISBN 5-9221-0026-2.</i>
6.	<i><a href="#">Белоусов, Алексей Иванович</a>. Дискретная математика : Учебник для студ. вузов / А. И. Белоусов, С. Б. Ткачев ; под ред. В. С. Зарубина, А. П. Крищенко. — М. : Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2004. — 743 с. : ил., табл. — (Математика в техническом университете ; Вып. 19)</i>
7.	<i>Гаврилов, Гарий Петрович. Задачи и упражнения по дискретной математике: учебное пособие / Г. П. Гаврилов, А. А. Сапоженко. Изд. 3-е, перераб. М.: Физматлит, 2006. 416 с.</i>

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)\*:

№ п/п	Ресурс
1.	<i>Математическая логика /Логика высказываний/ [электронный ресурс] : конспекты лекций и упражнения по курсу / сост. : Л.П. Петрова, Б.Н. Садовский. — Воронеж, 2015. — &lt;URL:<a href="http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m15-210.pdf">http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m15-210.pdf</a>&gt;.</i>
2.	<i>Математическая логика /Логика предикатов/ [электронный ресурс] : конспекты лекций и упражнения по курсу / сост. : Л.П. Петрова, Б.Н. Садовский. — Воронеж, 2015. — &lt;URL:<a href="http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m15-211.pdf">http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m15-211.pdf</a>&gt;.</i>
3.	<i>Введение в теорию множеств : учебное пособие / А. С. Бондарев, А. А. Петрова, В. В. Смагин. - Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2024. - 32 с.</i>

## 16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
1.	<i>Яблонский, Сергей Всеволодович. Введение в дискретную математику: учебное пособие для студ. вузов, обуч. по специальности "Прикладная математика" / С.В. Яблонский. Изд. 5-е, стер. М. : Высш. шк., 2008. 384 с. : ил., табл. (Для высших учебных заведений. Математика) .</i>
2.	<i>Гаврилов, Гарий Петрович. Задачи и упражнения по дискретной математике: учебное пособие / Г. П. Гаврилов, А. А. Сапоженко. Изд. 3-е, перераб. М.: Физматлит, 2006. 416 с. : ил., табл.</i>

## 17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ, электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

Дисциплина может реализовываться с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий. При проведении занятий в дистанционной форме используются технические и информационные ресурсы Образовательного портала "Электронный университет ВГУ" (<https://edu.vsu.ru>), базирующегося на системе дистанционного обучения Moodle, развернутой в университете, а также другие доступные ресурсы в сети Интернет.

## 18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Для проведения лекционных и практических занятий используются аудитории, оснащенные специализированной мебелью.

Для самостоятельной работы используется класс с компьютерной техникой, оснащенный необходимым программным обеспечением, электронными учебными пособиями и законодательно - правовой и нормативной поисковой системой, имеющий выход в глобальную сеть.

## 19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1.	Теория множеств	ОПК-1 УК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 УК-1.1 УК-1.2	Контрольная работа 1
2.	Введение в комбинаторику.	ОПК-1 УК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 УК-1.1 УК-1.2	Контрольная работа 1
3.	Булевы функции	ОПК-1 УК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 УК-1.1 УК-1.2	Контрольная работа 2

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
4.	Элементы теории графов.	ОПК-1 УК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 УК-1.1 УК-1.2	Контрольная работа 2
Промежуточная аттестация форма контроля - экзамен				Перечень вопросов к экзамену

## 20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

### 20.1 Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств: практикоориентированные задания, домашние задания, контрольные работы.

Комплект заданий для контрольной работы № 1

#### Вариант 1

1. Независимые объекты.
2. Примеры эквивалентных множеств.
3. Формула сочетаний с повторениями (свойство 7).
4. У мамы два одинаковых яблока и три одинаковых груши. Каждый день в течение пяти дней она выдает сыну по одному фрукту. Сколькими способами это может быть сделано?
5. Построить бинарное отношение, являющееся рефлексивным, симметричным, но не являющееся транзитивным.

#### Вариант 2

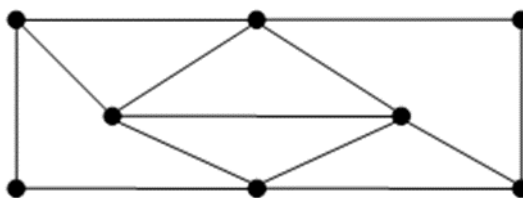
1. Система подмножеств.
2. Унимодальность последовательности сочетаний без повторений (п. 3 свойства 6).
3. Теорема о композиции инъекций и сюръекций. Следствие.
4. На перекрестке имеется  $m$  светофоров. Сколько может быть различных состояний этих светофоров, если каждый светофор (независимо от остальных) имеет три возможных состояния: горит зеленый, горит желтый, горит красный?
5. Доказать, что если  $f: A \rightarrow B$  и  $g: B \rightarrow C$ , то  $g \circ f: A \rightarrow C$ .

Комплект заданий для контрольной работы № 2

#### Вариант 1

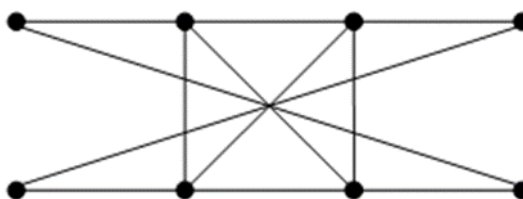
1. Булева функция.
2. Теорема о связи характеристик графа. Следствие о связном графе.
3. Теорема Поста.
4. Построить СДНФ и СКНФ для функции  $f = (\overline{x_1} \cdot x_2 \oplus x_3) \cdot (x_1 \cdot x_3 \rightarrow x_2)$ .
5. Определить центр и периферию графа, пометив его вершины.





### Вариант 2

1. Функция, двойственная к булевой.
2. Теорема о радиусе и диаметре графа.
3. Лемма (об удалении моста).
4. Определить, является ли функция самодвойственной  $f = x_1 \cdot x_2 \vee x_2 \cdot x_3 \vee x_3 \cdot x_1$ .
5. Определить, является ли граф эйлеровым, если нет, обосновать, если да, построить эйлеров цикл, пометив вершины.



Для оценивания результатов каждой контрольной работы используется 4-балльная шкала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
<i>Полное соответствие ответа обучающегося всем перечисленным критериям. Обучающийся в полной мере владеет теоретическим и практическим материалом данного курса, применяет теоретические знания для решения практических задач в области дискретной математики</i>	<i>Повышенный уровень</i>	<i>Отлично</i>
<i>Ответ на контрольную работу не в полной мере соответствует одному из перечисленных показателей, но обучающийся дает правильные ответы на дополнительные вопросы. Недостаточно продемонстрировано владение знаниями теоретического материала в некоторых задачах или допускает незначительные ошибки в обосновании шагов решения.</i>	<i>Базовый уровень</i>	<i>Хорошо</i>
<i>Ответ на контрольную работу не соответствует любым двум из перечисленных показателей, обучающийся дает неполные ответы на дополнительные вопросы. Демонстрирует частичные знания теоретического материала, не умеет применить его в решении задачи, допускает существенные ошибки в решении задач</i>	<i>Пороговый уровень</i>	<i>Удовлетворительно</i>
<i>Ответ на контрольную работу не соответствует трем перечисленным показателям. Обучающийся демонстрирует отрывочные, фрагментарные знания, допускает грубые ошибки</i>	–	<i>Неудовлетворительно</i>

### 20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью экзаменационных билетов.



## Перечень вопросов к экзамену:

1. Независимые объекты. Правило суммы. Правило произведения.
2. Система подмножеств.
3. Размещения. Свойство 1 (формула размещений с повторениями). Следствие. Свойство 2 (формула размещений без повторений).
4. Перестановка без повторений. Свойство 3 (формула перестановок без повторений).
5. Перестановка с повторениями. Свойство 4 (формула перестановок с повторениями).
6. Сочетания без повторений. Свойство 5 (формула сочетаний без повторений).
7. Унимодальная последовательность. Свойство 6 (свойства биномиальных чисел). Следствие.
8. Сочетания с повторениями. Свойство 7 (формула сочетаний с повторениями).
9.  $n$ -мерный куб размерности  $k$ . Свойство 8 (число вершин  $n$ -мерного куба размерности  $k$ ). Характеристика вершины. Слой куба.
10. Разбиение множества. Числа Стирлинга второго рода. Числа Белла. Свойство 9 (рекуррентная формула для чисел Стирлинга второго рода).
11. Подстановка. Тождественная подстановка. Цикл. Орбита цикла. Непересекающиеся циклы. Композиция циклов. Числа Стирлинга первого рода. Свойство 10 (рекуррентная формула для чисел Стирлинга первого рода).
12. Производящая функция. Примеры применения производящей функции (формула для биномиальных коэффициентов, вывод явной формулы чисел Фибоначчи, доказательство разложения любого числа в сумму степеней двоек).
13. Формула обращения. Примеры. Применение формулы обращения (вывод явной формулы чисел Стирлинга второго рода, вывод формулы для  $S_m(n) = 1^m + 2^m + \dots + n^m$ ).
14. Бинарное отношение. Область определения. Область значений. Обратное отношение. Образ множества. Прообраз множества.
15. Отношение эквивалентности. Примеры. Класс эквивалентности. Теорема о связи классов эквивалентности и разбиении множества.
16. Функциональное отношение. Функция. Инъекция. Сюръекция. Биекция. Теорема о композиции инъекций и сюръекций. Следствие.
17. Эквивалентные множества. Мощность множества (кардинальное число)
18. Счетные множества. Примеры. Теорема об объединении счетных множеств. Следствие.
19. Теорема о несчетности множества вещественных чисел. Множество мощности континуум. Примеры.
20. Теоремы о множествах высших мощностей (о мощности множества вещественных функций, о мощности множества подмножеств натуральных чисел, о сравнении мощностей множества и множества его подмножеств). Гиперконтинуум.
21. Принцип включений-исключений. Пример применения. Формула включений-исключений.
22. Булева функция. Функция, двойственная к булевой. Теорема о функции, двойственной к суперпозиции. Примеры двойственных функций. Принцип двойственности.
23. Обозначение  $x^\sigma$  и его свойства. Теорема о разложении функции по переменным. Следствие 1 о разложении функции по одной переменной. Следствие 2 о разложении функции по всем переменным. Совершенная дизъюнктивная нормальная форма.
24. Полная система булевых функций. Примеры. Теорема о представлении булевой функции. Совершенная конъюнктивная нормальная форма. Теорема о полноте двух систем булевых функций.
25. Монотонная элементарная конъюнкция. Полином Жегалкина. Степень и длина полинома Жегалкина. Теорема о представлении булевой функции в виде полинома Жегалкина.
26. Замыкание системы булевых функций. Примеры. Свойства замыкания. Замкнутая система булевых функций. Полная система булевых функций.
27. Отношение предшествования. Пять важных классов булевых функций: класс функций, сохраняющих 0, класс функций, сохраняющих 1, самодвойственные функции, монотонные функции, линейные функции. Замкнутость этих классов.

28. Лемма 1 (о несамодвойственной функции). Лемма 2 (о немонотонной функции). Лемма 3 (о нелинейной функции). Теорема Поста. Следствие 1. Предполный класс булевых функций. Следствие 2. Теорема о полной подсистеме.
29. Простой граф. Кратные ребра. Мультиграф. Смежные и инцидентные ребру вершины. Смежные ребра. Петля. Псевдограф. Ориентированный граф. Степень вершины. Изолированная вершина. Висячая вершина. Теорема о рукожатиях. Следствие. Изоморфные графы. Порядок графа. Помеченный граф. Матрица смежности и ее свойства. Реберный граф. Пустой граф. Полный граф. Регулярный граф. Кубический граф. Платонов граф. Двудольный граф. Полный двудольный граф. Граф-звезда.
30. Объединение графов. Дизъюнктное объединение графов. Соединение графов. Дополнение к графу.
31. Связный и несвязный графы. Компоненты связности. Циклический граф. Колесо.
32. Маршрут. Длина маршрута. Тривиальный маршрут. Цепь. Простая цепь. Замкнутая цепь. Цикл. Связанные вершины. Утверждение о связанных вершинах. Критерий связности графа.
33. Разделяющее множество графа. Разрез. Мост. Лемма (критерий моста). Лемма (об удалении моста). Теорема о связи характеристик графа. Следствие о связном графе.
34. Метрика на графе. Эксцентриситет вершины. Радиус и диаметр графа. Центральная вершина. Центр графа. Периферийная вершина. Периферия графа. Примеры. Теорема о радиусе и диаметре графа.
35. Гамильтонов граф. Гамильтонов цикл. Полугамильтонов граф. Полугамильтонова цепь. Примеры. Теорема Оре. Следствие.
36. Эйлеров граф. Эйлеров цикл. Полуэйлеров граф. Эйлерова цепь. Примеры. Теорема Эйлера. Следствие.
37. Лес. Дерево. Теорема (критерий леса). Теорема (о дереве) и четыре следствия. Теорема (достаточное условие дерева). Теорема (критерий дерева). Теорема (критерий леса-дерева).

Для оценивания результатов обучения на экзамене используются следующие показатели:

- 1) знание определений основных объектов изучения и основных утверждений курса дискретной математики;
- 2) умение применять теоретические знания в практических задачах;
- 3) владение теоретическими основами дисциплины, умение грамотно проводить доказательства теорем и иллюстрировать их примерами

Для оценивания результатов обучения на экзамене используется 4-балльная шкала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
<i>Полное соответствие ответа обучающегося всем перечисленным критериям. Обучающийся в полной мере владеет теоретическим материалом данного курса, способен иллюстрировать ответ примерами, применять теоретические знания для решения практических задач в области дискретной математики</i>	<i>Повышенный уровень</i>	<i>Отлично</i>
<i>Ответ на контрольно-измерительный материал не в полной мере соответствует одному из перечисленных показателей, но обучающийся дает правильные ответы на дополнительные вопросы. Недостаточно продемонстрировано владение знаниями теоретического материала в некоторых задачах или допускает незначительные ошибки в обосновании шагов решения.</i>	<i>Базовый уровень</i>	<i>Хорошо</i>
<i>Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует любым двум из перечисленных показателей,</i>	<i>Пороговый уровень</i>	<i>Удовлетворительно</i>

обучающийся дает неполные ответы на дополнительные вопросы. Демонстрирует частичные знания теоретического материала, или не умеет применить его в решении задачи, допускает существенные ошибки в доказательствах теорем		
Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует трем перечисленным показателям. Обучающийся демонстрирует отрывочные, фрагментарные знания, допускает грубые ошибки	–	Неудовлетворительно

### 20.3 Фонд оценочных средств сформированности компетенций студентов, рекомендуемый для проведения диагностических работ

**ОПК-1** Способен находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной математики и механики

**ОПК-1.1** Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук

**Знать:**

- базовые понятия, полученные в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий.

**Уметь:**

- собирать, обрабатывать, анализировать и обобщать результаты исследований в области теории функций.

**Владеть навыками:**

- практического проведения научно-исследовательской деятельности в математике, механике и информатике.

**ОПК-1.2** Умеет использовать базовые знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, в профессиональной деятельности

**Знать:**

- базовые понятия, полученные в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий.

**Уметь:**

- собирать, обрабатывать, анализировать и обобщать результаты исследований в области теории функций.

**Владеть навыками:**

- практического проведения научно-исследовательской деятельности в математике, механике и информатике.

**ОПК-1.3** Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.

**Знать:**

- базовые понятия, полученные в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий.

**Уметь:**

- собирать, обрабатывать, анализировать и обобщать результаты исследований в области теории функций.

**Владеть навыками:**

- практического проведения научно-исследовательской деятельности в математике, механике и информатике.

1) закрытые задания (тестовые):

1. Сколько двоичных наборов длины  $n$ ?

а)  $2$  в степени  $n$ .

б)  $2n$ .

Ответ: а

2. Сколько булевых функций, зависящих от  $n$  переменных?

а)  $2$  в степени  $2n$ .

б)  $2$  в степени  $2$  в степени  $n$ .

Ответ: б

3. Как расположены противоположные наборы?  
а) Противоположные наборы расположены симметрично относительно середины таблицы.  
б) Противоположные наборы расположены в обратном порядке.

Ответ: а

4. Что такое простая импликанта?  
а) Это элементарная конъюнкция, соответствующая ядровой грани.  
б) Это элементарная конъюнкция, соответствующая максимальной грани.

Ответ: б

5. Сколько существует слов (наборов букв) длины  $m$ , составленных из букв русского алфавита (33 буквы), содержащих букву "а"? Укажите правильный ответ из предложенных.

Варианты ответа:

- а)  $32^m$ ,  
б)  $33^m - 32^m$ ,  
с)  $33^m$ .

Правильный ответ:  $33^m - 32^m$ .

Решение. Найдем общее число слов длины  $m$ :  $33^m$ . Заметим, что число слов, не содержащих букву "а", равно  $32^m$ . Искомое число будет равно разности полученных результатов:  $33^m - 32^m$ .

## 2) открытые задания:

1. Вставьте пропущенную цифру:  
Число двоичных наборов длины  $n$  есть (...) в степени  $n$ .  
Ответ: 2
2. Вставьте пропущенную цифру:  
Число булевых функций, зависящих от  $n$  переменных есть (...) в степени (...) в степени  $n$   
Ответ: 2
3. Вставьте пропущенное слово: Простая (...) – это элементарная конъюнкция, соответствующая максимальной грани  
Ответ: импликанта
4. Вставьте пропущенное слово: Сокращенная ДНФ – это (...) всех простых импликант.  
Ответ: дизъюнкция
5. Число всевозможных подмножеств у множества  $M$ , состоящего из  $n$  элементов равно  $2^{(\dots)}$ . Вставьте пропущенную цифру.

Ответ:  $n$

Решение. Чтобы указать подмножество данного множества  $M$ , можно приписать каждому элементу множества  $M$  число 1, если этот элемент входит в рассматриваемое подмножество, или число 0, если этот элемент не входит в это подмножество. Таким образом, каждому подмножеству однозначно сопоставляется кортеж из 0 и 1 длины  $n$ . Число таких кортежей равно  $2^n$ .

6. Сколько шестизначных четных чисел можно составить из цифр 1, 3, 4, 5, 7, 9, если в каждом из этих чисел ни одна цифра не повторяется?

Ответ: 120.

Решение. Четное число должно оканчиваться цифрой 4 из предложенных цифр. На остальных пяти местах в шестизначном числе будут стоять оставшиеся пять цифр в произвольном порядке. Число вариантов здесь равно  $5! = 120$  (количество перестановок из пяти элементов).

### **Критерии и шкалы оценивания заданий ФОС:**

#### 1) Задания закрытого типа (выбор одного варианта ответа, верно/неверно):

- 1 балл – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

#### 2) Задания закрытого типа (множественный выбор):

- 2 балла – указаны все верные ответы;
- 0 баллов – указан хотя бы один неверный ответ.

#### 3) Задания закрытого типа (на соответствие):

- 2 балла – все соответствия определены верно;
- 0 баллов – хотя бы одно сопоставление определено неверно.

#### 4) Задания открытого типа (короткий текст):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

#### 5) Задания открытого типа (число):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

**Задания раздела 20.3 рекомендуются к использованию при проведении диагностических работ с целью оценки остаточных результатов освоения данной дисциплины (знаний, умений, навыков).**